

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
<i>Глава I.</i> Общие определения	7
§ 1. Множества. Функции	7
§ 2. Отображения	9
§ 3. Группа преобразований	13
<i>Глава II.</i> Ортогональные преобразования	18
§ 4. Ортогональные отображения	19
§ 5. Свойства ортогональных отображений	20
§ 6. Ориентация	25
§ 7. Ортогональные преобразования первого и второго рода	31
§ 8. Основные виды ортогональных преобразований (перенос, симметрия, поворот)	34
п. 1. Перенос	34
п. 2. Симметрия относительно прямой	35
п. 3. Симметрия относительно точки	37
п. 4. Поворот	38
§ 9. Представление ортогональных преобразований в виде произведения основных ортогональных преобразований: переноса, симметрии и поворота	42
§ 10. Ортогональные преобразования плоскости в координатах	47
п. 1. Перенос	47
п. 2. Симметрия относительно прямой	48
п. 3. Симметрия относительно точки	48
п. 4. Поворот	49
п. 5. Общий случай	50
§ 11. Ортогональные преобразования пространства	51
п. 1. Перенос	52
п. 2. Симметрия относительно плоскости	53
п. 3. Симметрия относительно прямой	53
п. 4. Поворот	54
п. 5. Симметрия относительно точки	55
§ 12. Представление ортогональных преобразований пространства в виде произведения основных ортогональных преобразований	55
§ 13. Ортогональные преобразования пространства в координатах	65

<i>Глава III. Подобные преобразования</i>	69
§ 14. Отображение подобия	69
§ 15. Свойства подобных преобразований	70
§ 16. Гомотетия	72
§ 17. Представление подобного преобразования в виде произведения гомотетии на ортогональное преобразование	76
§ 18. Подобные преобразования плоскости в координатах	82
п. 1. Гомотетия	82
п. 2. Подобное преобразование (общий случай)	83
§ 19. Подобные преобразования пространства	84
<i>Глава IV. Аффинные преобразования</i>	87
§ 20. Определение аффинных отображений и преобразований плоскости	87
§ 21. Примеры аффинных преобразований и отображений плоскости	89
п. 1. Косая симметрия	89
п. 2. Сжатие	90
п. 3. Косое сжатие	93
п. 4. Гиперболический поворот	94
п. 5. Эллиптический поворот	95
п. 6. Сдвиг	96
п. 7. Параллельное проектирование. Родство	98
п. 8. Ортогональное проектирование	100
§ 22. Свойства аффинных отображений	100
§ 23. Лемма Дарбу и ее следствия	102
§ 24. Инвариантность простого отношения при аффинном отображении	105
§ 25. Дальнейшие свойства аффинных отображений	107
§ 26. Представление произвольного аффинного преобразования в виде произведения простейших аффинных преобразований	110
§ 27. Изменение отрезков при аффинном отображении	113
§ 28. Изменение площадей при аффинном отображении плоскости на плоскость	113
§ 29. Применение аффинных преобразований к исследованию свойств эллипса	114
§ 30. Аффинное преобразование в координатах	119
§ 31. Аффинная классификация линий второго порядка	122
§ 32. Аффинные преобразования пространства	125
<i>Глава V. Проективные преобразования</i>	130
§ 33. Понятие о проективной плоскости	130
п. 1. Первая модель проективной плоскости	132
п. 2. Однородные координаты	134
п. 3. Вторая модель проективной плоскости	138
п. 4. Проективные координаты	139
п. 5. Связь проективных координат в первой и второй модели проективной плоскости	140
п. 6. Замечания	141
§ 34. Определение проективного отображения	143
§ 35. Две основные теоремы о проективных преобразованиях	144

п. 1. Первая основная теорема	144
п. 2. Вторая основная теорема	148
п. 3. Приложения к аэрофотосъемке	152
§ 36. Двойное отношение	154
п. 1. Двойное отношение четырех точек, лежащих на одной прямой	154
п. 2. Двойное отношение четырех прямых, принадлежащих одному пучку	155
п. 3. Двойное отношение во второй модели	160
п. 4. Инвариантность двойного отношения при проективном отображении	162
§ 37. Гармонизм	162
п. 1. Определения и примеры	162
п. 2. Способы построения четвертой гармонической к трем данным точкам	167
п. 3. Полный четырехсторонник и полный четырехвершинник	168
§ 38. Примеры проективных преобразований	171
п. 1. Гиперболическая гомология	171
п. 2. Параболическая гомология	177
п. 3. Гиперболическая и параболическая гомологии во второй модели	179
а) Гиперболическая гомология	179
б) Параболическая гомология	180
п. 4. Частные случаи гиперболической и параболической гомологии (первая модель)	181
п. 5. Инволюционное преобразование проективной плоскости	183
§ 39. Проективное преобразование в координатах	185
п. 1. Основная теорема	185
п. 2. Неподвижные точки проективного преобразования	187
п. 3. Гомологические преобразования в координатах	189
§ 40. Линии второго порядка на проективной плоскости	190
п. 1. Линии второго порядка в первой модели	190
п. 2. Линии второго порядка во второй модели	192
п. 3. Проективная классификация линий второго порядка	193
п. 4. Внутренние и внешние точки овальной линии второго порядка	194
§ 41. Проективные преобразования пространства	194
п. 1. Проективное пространство	194
п. 2. Принцип двойственности	197
п. 3. Однородные координаты	199
п. 4. Проективные преобразования пространства	200
п. 5. Проективные преобразования в координатах	201
п. 6. Поверхности второго порядка	201
Дополнение к главе V	
Топология проективной плоскости	202
<i>Глава VI. Инверсия</i>	
§ 42. Степень точки относительно окружности	218
§ 43. Определение инверсии	219
§ 44. Свойства инверсии	220
§ 45. Круговые преобразования. Основная теорема	223